Padrões e regularidades

7 julho 2022

Maria Helena Martinho

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Universidade do Minho
Instituto de Educação

47 anos IE UMinho
1975 | 2022

Mais tarefas

Exploração

Realize os cálculos. Crie novas situações, tantas quanto as necessárias para tirar conclusões.

Que conclusões pode tirar por observação dos resultados?

	Primeiro factor	produto		
2x3=6	2	6	Produto de 2 inteiros temos sempre um valor superior a cada um dos factores	
4x7=28	4	28		
25x2=50	25	50		
15x1/2=7,5	15	7,5		
3x3/5=9/5=1,8	3	1,8		
7x9/2=63/2=31,5	7	31,5		
5x0,3=1,5	5	1,5		
7x9=63	7	63	Produto de 2 inteiros temos sempre um valor superior a cada um dos factores	
3x7/6=21/6=3,5	3	3,5		

Exploração

¾=0,75

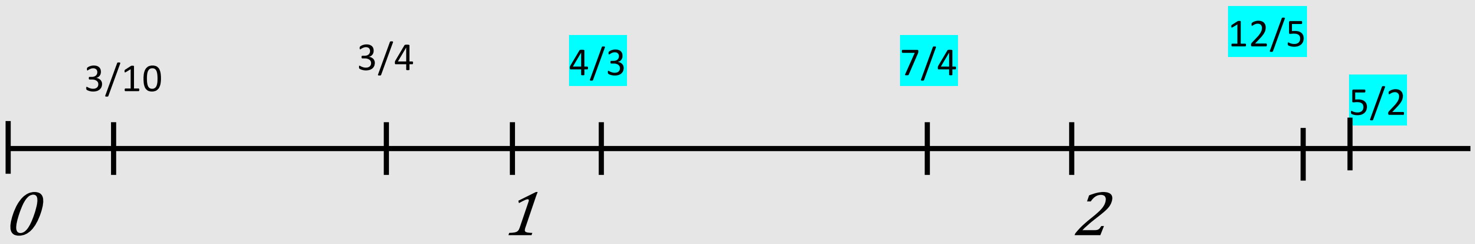
5/2 = 2,5

3/10= 0,3

4/3=1,(3)

7/4=1,75

12/5=2,4



Quando o numerador é superior ao denominador, o número é superior a 1.

Quando o numerador é inferior ao denominador , o número é inferior a 1

Regularidades com medidas

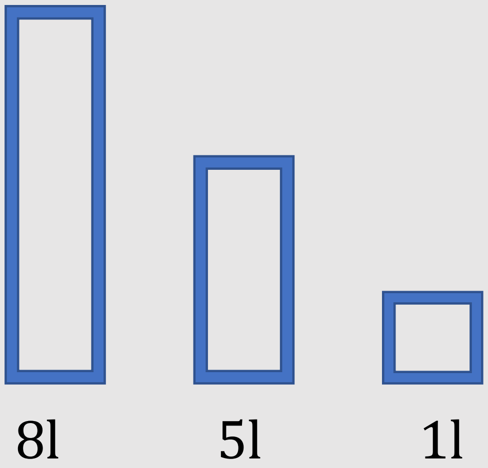
1) Tendo à sua disposição apenas 3 recipientes com a capacidade de 8l, 5l e 1l, pretende obter-se a quantidade exata de 4l de um determinado líquido. Sabe-se que apenas o recipiente com maior capacidade contém esse líquido e está cheio. Como devemos proceder?

2) E se, em vez dos recipientes anteriores tivéssemos e outros recipientes com as capacidades de 10l, 7l e 1l e desejássemos obter a quantidade exata de 5l do líquido que apenas existe no recipiente maior. Sabe-se que o recipiente está cheio. Como proceder?

3) Tendo em conta algumas regularidades existentes nas capacidades dos recipientes envolvidos nas questões anteriores, quais seriam as 3 medidas dos 3 recipientes envolvidos na medição exata de 11l de um determinado líquido e qual o número mínimo de passos usados na sua obtenção?

Regularidades com medidas

1) Tendo à sua disposição apenas 3 recipientes com a capacidade de 8l, 5l e 1l, pretende obter-se a quantidade exata de 4l de um determinado líquido. Sabe-se que apenas o recipiente com maior capacidade contém esse líquido e está cheio. Como devemos proceder?



1) Verter 5l do recipiente de 8l no de 5l;

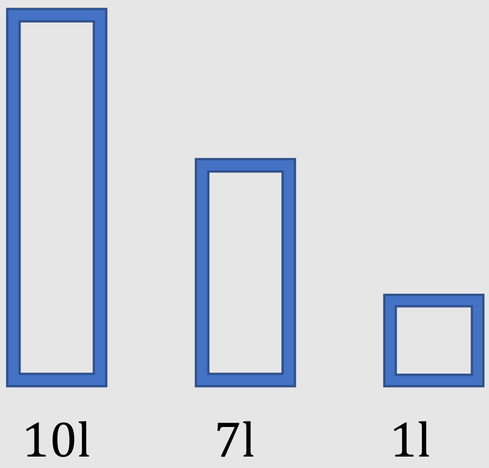
2) Deitar 1l do recipiente de 5l no de1l;

Após estes dois passos, o recipiente grande fica com 3 litros, o seguinte com 4 litros e o pequeno com 1 litro

Assim, o recipiente intermédio tem 4 litros.

Regularidades com medidas

2) E se, em vez dos recipientes anteriores tivéssemos e outros recipientes com as capacidades de 10l, 7l e 1l e desejássemos obter a quantidade exata de 5l do líquido que apenas existe no recipiente maior. Sabe-se que o recipiente está cheio. Como proceder?



1) Verter 7l do recipiente de 10l no de 7l;

2) Deitar 1l do recipiente de 7l no de1l;

3) Despejar o recipiente de 1l no de 10l;

4) Deitar 1l do recipiente de 7l no de 1l

Após estes quatro passos, o recipiente grande fica com 8 litros, o seguinte com 5 litros e o pequeno com 1 litro

Assim, o recipiente intermédio tem 5 litros.

Regularidades com medidas

3) Tendo em conta algumas regularidades existentes nas capacidades dos recipientes envolvidos nas questões anteriores, quais seriam as 3 medidas dos 3 recipientes envolvidos na medição exata de 11l de um determinado líquido e qual o número mínimo de passos usados na sua obtenção?

Padrões numéricos e moedas falsas

1) Imagine que vai usar uma balança de dois pratos. Como pode descobrir a moeda falsa existente num conjunto de 5 moedas sabendo que a moeda falsa é mais pesada do que as restantes? Procura obter o menor número de pesagens.

2) Quantas pesagens são necessárias no caso de termos 10 moedas e uma delas ser falsa?

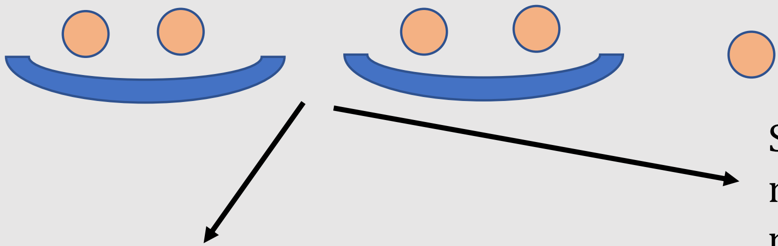
3) Quais as quantidades de moedas que obrigam a que se façam, no máximo, 3 pesagens para se identificar a moeda falsa?

4) Será legítimo conjeturar que com 4 pesagens poder-se-ão pesar até 81 moedas? Porquê?

Padrões numéricos e moedas falsas

1) Imagine que vai usar uma balança de dois pratos. Como pode descobrir a moeda falsa existente num conjunto de 5 moedas sabendo que a moeda falsa é mais pesada do que as restantes? Procura obter o menor número de pesagens.

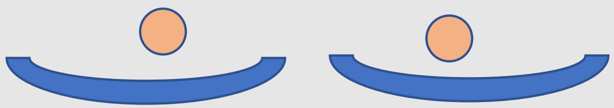
Pesagem 1



Se um dos pratos é mais pesado então a moeda falsa é uma das que está nesse prato. Será necessária uma nova pesagem

Se os pretos estão equilibrados, então e moeda falsa é a que ficou fora da balança. Moeda falsa descoberta!

Pesagem 2

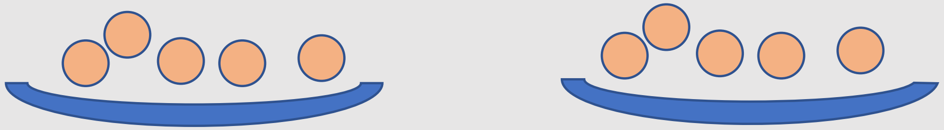


A mais pesada das duas é a falsa.

Padrões numéricos e moedas falsas

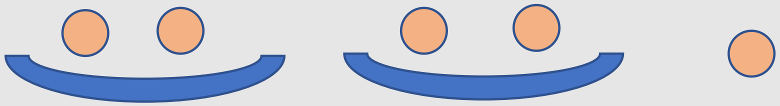
2) Quantas pesagens são necessárias no caso de termos 10 moedas e uma delas ser falsa?

Pesagem 1



O prato mais pesado indica que tem a moeda falsa. Está-se então perante a situação anterior.

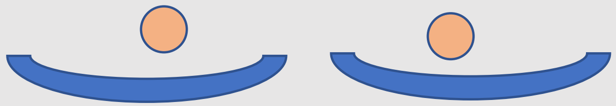
Pesagem 2



Se um dos pratos é mais pesado então a moeda falsa é uma das que está nesse prato. Será necessária uma nova pesagem

Se os pretos estão equilibrados, então e moeda falsa é a que ficou fora da balança. Moeda falsa descoberta!

Pesagem 3



A mais pesada das duas é a falsa.

Padrões numéricos e moedas falsas

3) Quais as quantidades de moedas que obrigam a que se façam, no máximo, 3 pesagens para se identificar a moeda falsa?

Até 27 moedas (inclusive) é possível encontrar a moeda falsa apenas com 3 pesagens.

Com 27 moedas podemos dividi-las em 3 grupos: 9+9+9

Pesagem1 (das 27 moedas que contêm a falsa — ou do prato mais pesado ou das que ficaram fora).

9 moedas + 9 moedas + 9 moedas

Pesagem 2 (com a 9 que contêm a falsa

3 moedas + 3 moedas + 3 moedas

Pesagem 3 (com as 3 mais pesadas)

1 moeda + 1 moeda + 1 moeda

Padrões numéricos e moedas falsas

4) Será legítimo conjeturar que com 4 pesagens poder-se-ão pesar até 81 moedas? Porquê?

Vejamos, com 3 moedas basta uma pesagem

com 9 moedas são precisas 2 pesagens

com 27 moedas são precisas 3 pesagens

A sequência 3, 9, 27 é possível identificar o padrão

$3, \quad 3\times3, \quad 3\times3\times3$

O próximo termo será $3\times3\times3\times3=81$

e, provavelmente, a partir de 81 moedas são necessárias 4 pesagens

Vamos verificar:

Pesagem 1 27 moedas + 27 moedas + 27 moedas

Pesagem 2 (das 27 moedas que contêm a falsa — ou do prato mais pesado ou das que ficaram fora). 9 moedas + 9 moedas + 9 moedas

Pesagem 3 (com a 9 que contêm a falsa

3 moedas + 3 moedas + 3 moedas

Pesagem 4 (com as 3 mais pesadas)

1 moeda + 1 moeda + 1 moeda

Problema

Um comerciante de Bagdade tinha à venda 10 barris de um valioso bálsamo. Estavam numerados e dispostos em duas filas, uma sobre a outra [...]. Quanto menor era o número do barril, maior era o seu valor. Deste modo, a melhor qualidade estava numerada com o número 1 e a pior estava numerada com o número 10; os outros números respeitavam a escala de qualidade.

Ora bem, a regra de Ahmed Assan, era este o nome do comerciante, consistia em não pôr um barril debaixo ou à direita de outro de menor valor [...]. O enigma consiste em descobrir de quantas maneiras diferentes pôde o comerciante de Bagdade ter acomodado os seus barris nas duas filas, sem quebrar a regra. Consegue calcular a quantidade de maneiras?

(Dudeney, 2008, em Palhares et al., 2011)

Critérios de divisibilidade

Divisíveis por 2

Qualquer número par é divisível por 2

Os números pares são os números cujo algarismo das unidade é 0, 2, 4, 6 ou 8

Exemplos:	34	46	28	70	52
Contra-exemplos:	35	47	29	71	53

Divisíveis por 3

Qualquer número cuja soma de seus algarismos é divisível por 3

Exemplos:

75 como 7+5=12 e 12 é divisível por 3, então o número 75 é divisível por 3

2718 como 2+7+1+8=18 e 18 é divisível por 3, então 2718 é divisível por 3

Contra-exemplos:

9358 não é divisível por 3 pois 9+3+5+8=25 e 25 não é divisível por 3

Divisíveis por 5

Qualquer número cujo algarismo das unidades seja 0 ou 5 é divisível por 5

Exemplos:	35	145	20	270	755
Contra-exemplos:	632	747	129	71	53

Divisíveis por 10

Qualquer número cujo algarismo das unidades seja 0 é divisível por 10

Exemplos:	1330	340	120	70	1520
Contra-exemplos:	702	417	2009	771	53

Simplificação de frações

Por exemplo: $\frac{24}{36}$

Decompondo em fatores primos:

24 é divisível por 2
24:2=12
12 é divisível por 2
12:2=6
6 é divisível por 2
6:2=3

Então $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$24 = 2^3 \times 3$

36 é divisível por 2
36 : 2=18
18 é divisível por 2
18 : 2= 9
9 é divisível por 3
9 : 3 =3

Então $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$$\frac{24}{36} = \frac{2\times2\times2\times3}{2\times2\times3\times3} = \frac{2\times2\times3\times2}{2\times2\times3\times3} = \frac{2}{3}$$

O número $2 \times 2 \times 3 = 12$

É o máximo divisor comum

mdc $(24, 36) = 2^2 \times 3 = 12$

$2^2 \times 3$ são os fatores comuns de menor expoente

Calculem o máximo divisor comum entre os seguintes números:

a) 33 e 66 mdc(33, 66) = 3x11=33

Porque 33=3x11 e 66=2x3x11 e os fatores comuns são 3 e 11

Como 33 é divisor de 66 o máximo divisor comum é 33

b) 63 e 81 mdc(63, 81)= 9

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$63 = 3^2 \times 7$ $\quad 81 = 3^4$

$mdc(63, 81) = 3^2 = 9$

a) 32 e 40

b) 126 e 30

c) 180 e 42

Bibliografia

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-217.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2009). Desenvolvimento: O sentido do número racional. Associação de Professores de Matemática.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo.* Texto Editores.

Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M. A. Montes, Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). Didáctica de las matemáticas para maestros de educación pprimaria. Didáctica Y Desarrollo.